



MINISTERUL EDUCAȚIEI NAȚIONALE ȘI
CERCETĂRII ȘTIINȚIFICE
INSPECTORATUL ȘCOLAR AL JUDEȚULUI BACĂU
COLEGIUL NAȚIONAL „FERDINAND I” BACĂU
Concursul Național de Matematică și Fizică
„Vrănceanu – Procopiu”
26 noiembrie 2016
MATEMATICĂ

XII

Problema 1

Determinați o primitivă a funcției $f: [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \arcsin \sqrt{1-x^2}$.

Problema 2

Fie mulțimea $G = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ și „ $\cdot$ ” o lege de compoziție pe G astfel încât $(G, \cdot)$ este grup cu elementul neutru $e = x_1$. Notăm cu A mulțimea elementelor a din G pentru care există o permutare σ din S_n astfel încât $a = x_{\sigma(1)}x_{\sigma(2)} \dots x_{\sigma(n)}$. Să se arate că:

a) Dacă n este impar și grupul $(G, \cdot)$ este necomutativ, atunci A are cel puțin trei elemente.

b) Dacă există a din A , $a \neq e$, element care comută doar cu e și a , atunci A are cel puțin $\frac{n}{2}$ elemente.

1. Fiecare dintre subiecte se rezolvă pe o foaie separată care se secretizează.
2. În cadrul unui subiect, elevul are dreptul să rezolve în orice ordine cerințele.
3. Durata probei este de 4 ore din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către elevi.
4. Elevii au dreptul să utilizeze calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.
5. Fiecare subiect se punctează de la 10 la 1 (1 punct din oficiu). Punctajul final reprezintă suma acestora.